주파수발생기의 측정 불확도 산출

유대혁
한국표준과학연구원 시간주파수그룹

2003. 6. 10. – 12.

시간주파수 분야 전문가교육

순 서

- 불확도와 주파수 안정도
- 한국표준과학연구원의 주파수 발생기 교정
- 교정기관에서의 주파수 발생기 교정
- 한국표준과학연구원 주파수 교정 프로그램 소개

참조

❑ "시간주파수 개요 및 소급성" 의 강의 내용

❑ "측정불확도 표현지침" 의 강의 내용

두 강의를 수강한 사람을 대상으로 …

주파수 발생기의 측정 불확도

- 주파수 발생기의 출력 주파수는 정규 분포가 아니다.
- 모든 주파수 발생기는 경년 변화(aging)를 한다.

주파수 안정도(알란편차)를 사용

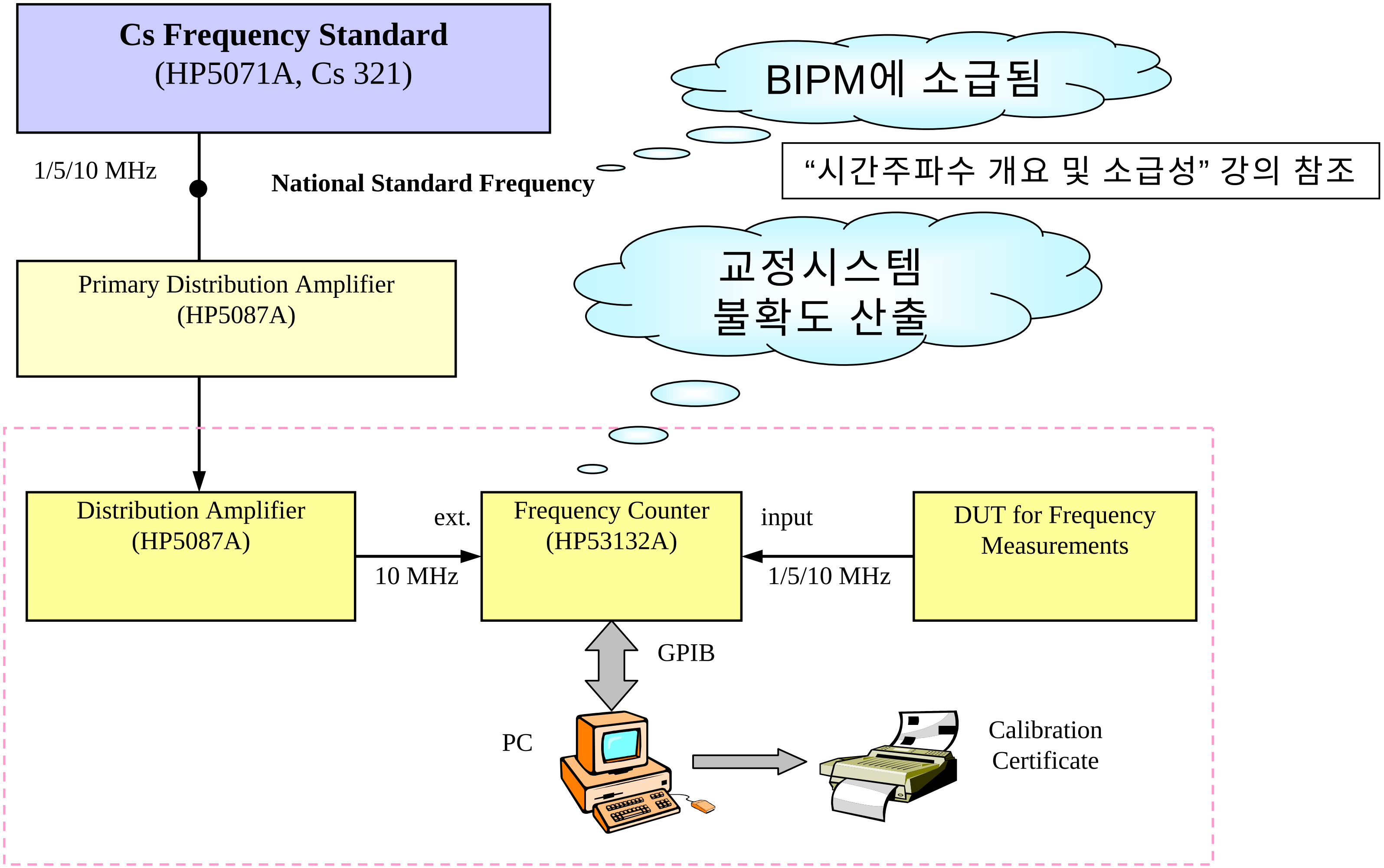
- ISO 17025 : 측정결과에 측정 불확도를 명시하도록 함.

❑ 시간 주파수 분야에서 불확도 산출 또는 표현 방법에 대한 연구
❑ 알란편차와 측정 불확도 사이의 연관성 연구
❑ 세계 각국의 표준 기관은 국제적인 통일안이 마련될 때까지 적절한 불확도 산출 방법 사용

한국표준과학연구원에서는 시간 주파수 분야의 불확도 산출 방법 확립

- 국제적인 시간 주파수 전문가에게 방법의 적절성을 확인
- 국내 교정기관에서 이용할 수 있도록 보급

한국표준과학연구원에서 주파수 발생기 교정



주파수 발생기 교정 - 한국표준과학연구원

표준기급 주파수발생기

- 적분시간 1000 s 에서 100 개 data를 측정하여 불확도를 구함
- 적분시간 1 s, 10 s, 100 s, 1000 s 의 알란편차를 측정함.

정밀 주파수발생기

- 적분시간 100 s 에서 100 개 data를 측정하여 불확도를 구함
- 적분시간 1 s, 10 s, 100 s 의 알란편차를 측정함.

단 , 불확도 계산시 교정시스템의 불확도를 합성한다.
교정시스템의 불확도에는 한국표준주파수, 분배증폭기, 케이블, 주파수카운터 등의 불확도가 포함되어 있다.

주파수 발생기 교정 - 한국표준과학연구원

불확도 산출 과정

수학 모델

$$f = f_1 - f_2$$

• 적분시간 100 s 와 1000 s 에서 주파수 1 MHz, 5 MHz, 10 MHz 에 대한 교정 시스템의 offset 과 불확도를 측정 계산함.
(" 시간주파수 개요 및 소급성" 강의 참조)

- $f_1 = f_{meas}$: reading value from the frequency counter
- $f_2 = f_d$: frequency offset of the frequency calibration system

합성표준불확도

$$u_c^2(f) = u^2(f_1) + u^2(f_2)$$

$$u^2(f_1) = u_A^2(f_1) + u_B^2(f_2)$$

A형 불확도

B형 불확도
(= a/(12)$^{1/2}$)
a: 카운터의 분해능

Coverage factor k – effective degrees of freedom

Type A

$$\nu_1 = n - 1$$

Type B

$$\nu_2 = \infty \ ,$$

if we can trust $u(f_2)$ with 100 % level of confidence.

Effective degrees of freedom

- Welch-Satterthwaite formula

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(f)}{\sum_{i=0}^{n} \frac{[c_i u(f_i)]^4}{\nu_i}} = \frac{u_c^4(f)}{\frac{u^4(f_1)}{(n-1)} + \frac{u^4(f_2)}{\infty}}$$

⇒ ν_{eff} > n-1

Coverage factor k – t-distribution

T-distribution for degrees of freedom

Degrees of freedom	Levels of confidence (%)		
	90	95	99
…			
40	1.68	2.02	2.70
45	1.68	2.01	2.69
…			
50	1.68	2.01	2.68
100	1.660	1.984	2.626
∞	1.645	1.960	2.576

- k becomes small as ν_{eff} increases

$$\Rightarrow \quad \nu_{eff} \approx n$$

(if n is sufficiently large.)

- k=1.984 (n=100)

with a level of confidence of 95 %

- We can use

k=2

with a level of confidence of 95 %

주파수 발생기 교정 - 한국표준과학연구원

불확도 보고

주파수 평균 : $f = f_1 - f_2$ (Hz)

확장불확도(k =2) $U = k \times u_c(f)$ (Hz)

1. 평균주파수 및 확장불확도
(Average frequency and expanded uncertainty)

교정성적서의 일부

- 명목 주파수 (nominal frequency) 10 000 000 Hz
- 측정 주파수(measured frequency):

① 평균주파수 $\bar{f}$ = 9999999.99999927 Hz

② 확장불확도 U = 0.00000044 Hz

(단, k=2 이고, 신뢰수준은 95 % 임.)

교정기관에서의 주파수 발생기 교정

소급성

• 한국표준과학연구원에서 교정 받은 기준 주파수발생기의 기준 주파수를 주파수 카운터의 외부기준주파수 입력단에 입력.

• 교정 대상의 불확도 산출시 한국표준과학연구원에서 받은 교정성적서에 있는 기준 주파수 발생기의 불확도를 반영.

불확도 산출 방법

• 교정 시스템의 불확도 산출.

: 기준주파수 불확도 + 주파수카운터의 불확도

• 교정 대상의 불확도 산출

: 교정 대상의 측정 불확도 + 교정시스템의 불확도

주파수 발생기 교정 - 교정기관

지금 부터는 >>>

교정기관으로 인정 받은
㈜둘리정밀교정 에서
어떻게 교정을 하고 불확도를 산출하는지 예를 들어
설명한다.

실제 교정기관 마다 환경, 장비, 인력 등의 여건이 다
르므로 이 방법이 모두에게 적용되는 것은 아니다.
다시 강조하지만 이것은 **하나의 예**일뿐이다.

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예1

㈜둘리정밀교정

- 장비 : 루비듐원자시계 (기준주파수원으로 사용),
  주파수 카운터, 컴퓨터,
  수정주파수발생기(우수한 성능을 가진)
- 환경 : 교정실 온도 23(2) °C, 습도 55 % 이하.
- 인력 : 교정전문가를 비롯한 인정기관으로써 필요한 인력을 갖춤
- 교정대상 : 산업체에서 사용되는 수정 발진기(비교적 성능이 낮은) 교정

루비듐원자시계 한국표준과학연구원에서 교정받았음.

교정 성적서 (명목주파수 : 10 000 000 Hz)

평균 주파수 :	9 999 999 .9999 Hz
확장 불확도 :	0.0010 Hz (단, k =2, 신뢰수준 95 %)

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예2

교정시스템의 기준주파수의 불확도

한국표준과학연구원에서 받은 루비듐 원자시계의 교정 성적서로 부터 기준주파수의 offset과 불확도를 계산하였다..

교정 성적서 (명목주파수 : 10 000 000 Hz)
평균 주파수 : 9 999 999 .9999 Hz
확장 불확도 : 0.0010 Hz (단, k =2, 신뢰수준 95 %)

기준주파수의 offset

$$f_{ref-off} = -0.0001 \text{ Hz}$$

기준주파수의 표준불확도

$$u_{ref} = 0.0010 / 2$$

$$\approx 0.0005 \text{ Hz}$$

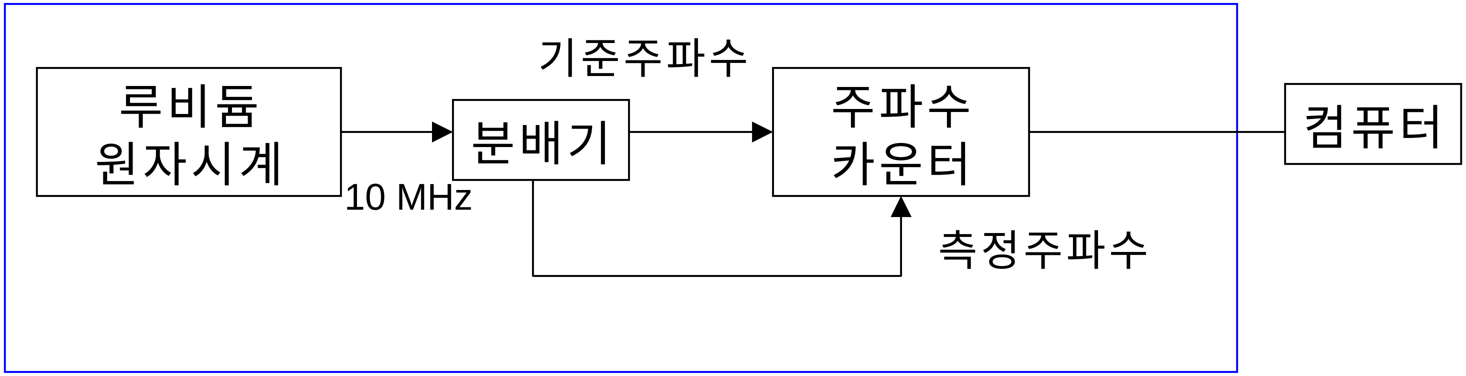
주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예3

㈜둘리정밀교정의 방침

• 교정대상이 산업체에서 사용되는 수정 발진기(비교적 성능이 낮은) 이므로 적분시간 100 s 에서 측정한 100 개의 data를 이용하여 불확도를 산출한다.

• 데이터는 컴퓨터를 이용하여 측정한다.

교정시스템의 불확도 측정



(단, 분배기는 입력을 둘로 나누는 역할만하고, 출력은 주파수 카운터가 요구하는 입력신호의 조건을 만족한다.)

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예4

교정시스템의 불확도 측정

적분시간 100 s 에서 100 개의 data를 측정하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 평균주파수 : 9 999 999.9998 Hz , 표준불확도 : 0.0004 Hz
- Raw data에서 인접한 두 값의 차이중 최소값 : 0.00001 Hz

주파수 카운터의 분해능에 의한 불확도

$$u_{cnt-res} = 0.00001/\sqrt{12} = 2.9\times10^{-6} \text{ Hz}$$

사각형 분포
를 적용

주파수 카운터의 offset

$$f_{cnt-off} = -0.0002 \text{ Hz}$$

주파수 카운터의 합성표준불확도

$$u_{cnt} = \sqrt{0.0004^2 + (2.9\times10^{-6})^2} \approx 0.0004 \text{ Hz}$$

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예5

교정시스템의 불확도 측정

교정시스템의 offset

기준주파수 offset과 주파수 카운터의 offset

$$f_{sys-off} = f_{ref-off} + f_{cnt-off}$$
$$= -0.0001 + (-0.0002)$$
$$= -0.0003 \text{ Hz}$$

교정시스템의 합성표준불확도

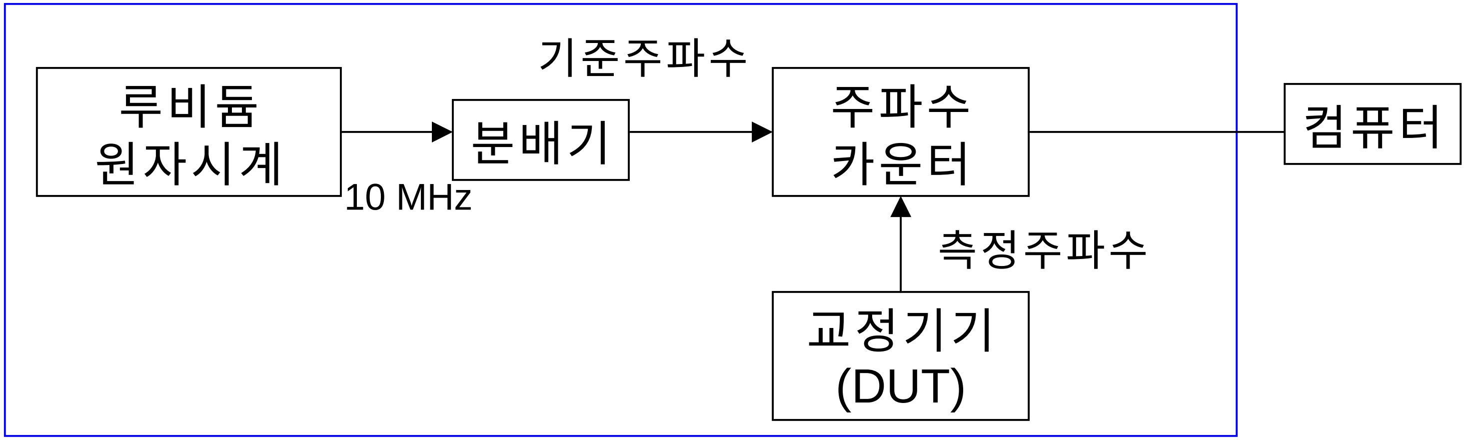
기준주파수 불확도와 주파수 카운터의 불확도

$$u_{sys} = \sqrt{u_{ref}^2 + u_{cnt}^2}$$
$$= \sqrt{0.0005^2 + (0.0004)^2}$$
$$\approx 0.00064 \text{ Hz}$$

단, 주파수 분배기와 연결선에 의한 주파수 요동을 관측한 결과 무시할 만큼 작았으므로 교정시스템의 불확도 산출에는 포함시키지 않았다.

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예6

교정시스템의 구성



수학적 모델

$$f = f_{DUT} - f_{sys-off}$$

(f_{DUT} : 측정값)

합성표준불확도 산출

$$u = \sqrt{u_{DUT}^2 + u_{sys}^2}$$

(단, $u_{DUT}^2 = u_{meas}^2 + u_{cnt-res}^2$ 이고, u_{meas} 측정data의 표준불확도,
$u_{cnt-res}$ 주파수 카운터의 분해능에 의한 불확도이다.)

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예7

주파수 측정의 최고측정 능력(BMC) (10 MHz)

- ㈜둘리정밀교정에서 보유하고 있는, 비교적 우수한 성능을 가진 수정 주파수 발생기를 DUT(Device Under Test)로 하여 BMC를 측정하였다.
- 적분시간 100 s 에서 100 개의 data를 측정하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 평균주파수 : 9 999 999.9997 Hz , 표준불확도 : 0.0024 Hz

$$u_{BMC} = \sqrt{u_{DUT}^2 + u_{sys}^2}$$
$$= \sqrt{u_{mea}^2 + u_{cnt-res}^2 + u_{sys}^2}$$
$$= \sqrt{0.0024^2 + (2.9 \times 10^{-6})^2 + 0.00064^2}$$
$$\approx 0.0025 \quad \text{Hz}$$

$$U_{BMC} = k \times u_{BMC}$$
$$\approx 0.005 \quad \text{Hz} \quad \text{(단, k=2, 95 % 신뢰수준)}$$

상대확장불확도로 표현

$$U_{y-BMC} = U_{BMC} / f$$
$$= 5.0 \times 10^{-10}$$

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예8

주파수 발생기 교정

㈜둘리친구 로부터 수정 주파수 발생기의 교정을 의뢰받았다.

적분시간 100 s 에서 100 개의 data를 측정하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 평균주파수 : 9 999 999.987 Hz , 표준불확도 : 0.036 Hz

DUT의 평균주파수

$$f = f_{DUT} - f_{sys-off}$$

$$= 9\ 999\ 999.987 - (-0.0003)$$

$$\approx 9\ 999\ 999.987 \quad \text{Hz}$$

DUT의 합성표준불확도

$$u = \sqrt{u_{DUT}^2 + u_{sys}^2} = \sqrt{u_{mea}^2 + u_{cnt-res}^2 + u_{sys}^2}$$

$$= \sqrt{0.036^2 + (2.9\times 10^{-6})^2 + 0.00064^2}$$

$$\approx 0.036 \quad \text{Hz}$$

DUT의 확장불확도

U = 0.072 Hz (단, k =2, 신뢰수준 95 %)

주파수 발생기 교정 –교정기관 - 예9

주파수 발생기 교정 성적서

㈜둘리정밀교정에서 작성하여 ㈜둘리친구 에게 보낼 수정 주파수 발생기의 교정 성적서에는 다음과 같은 내용이 포함된다.

- 명목 주파수 : 10 000 000 Hz
- 평균 주파수 : 9 999 999.987 Hz
- 확장 불확도 : 0.072 Hz (단, k =2, 신뢰수준 95 %)

확장인자 k의 값에 대해서는 내부적으로 95 % 신뢰수준일때, **2** 를 사용할 수 있는 것이 확인 되어 있고, 이는 문서화 되어 있어야 한다.
(강의 앞부분 참조)