주파수발생기의 위상잡음 측정

권택용
한국표준과학연구원 시간주파수그룹

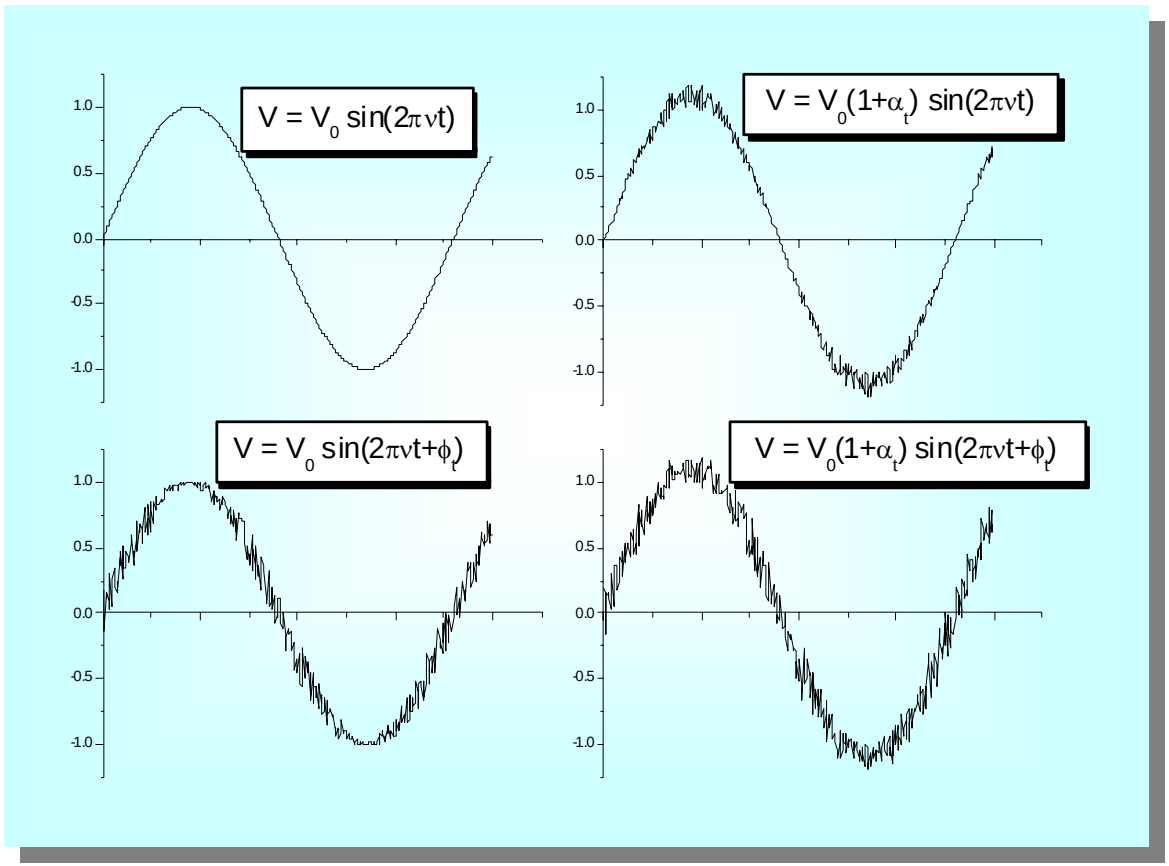
2003. 6. 10. – 12.

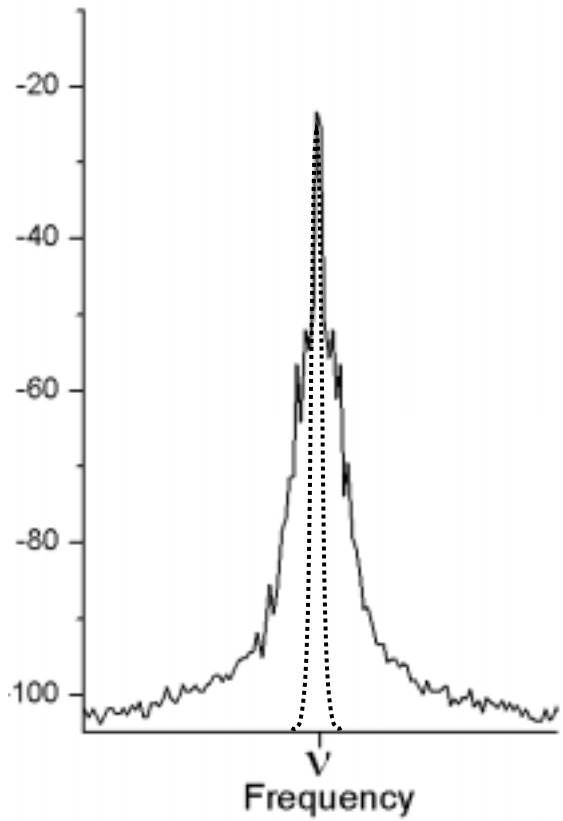
시간주파수 분야 전문가교육

순 서

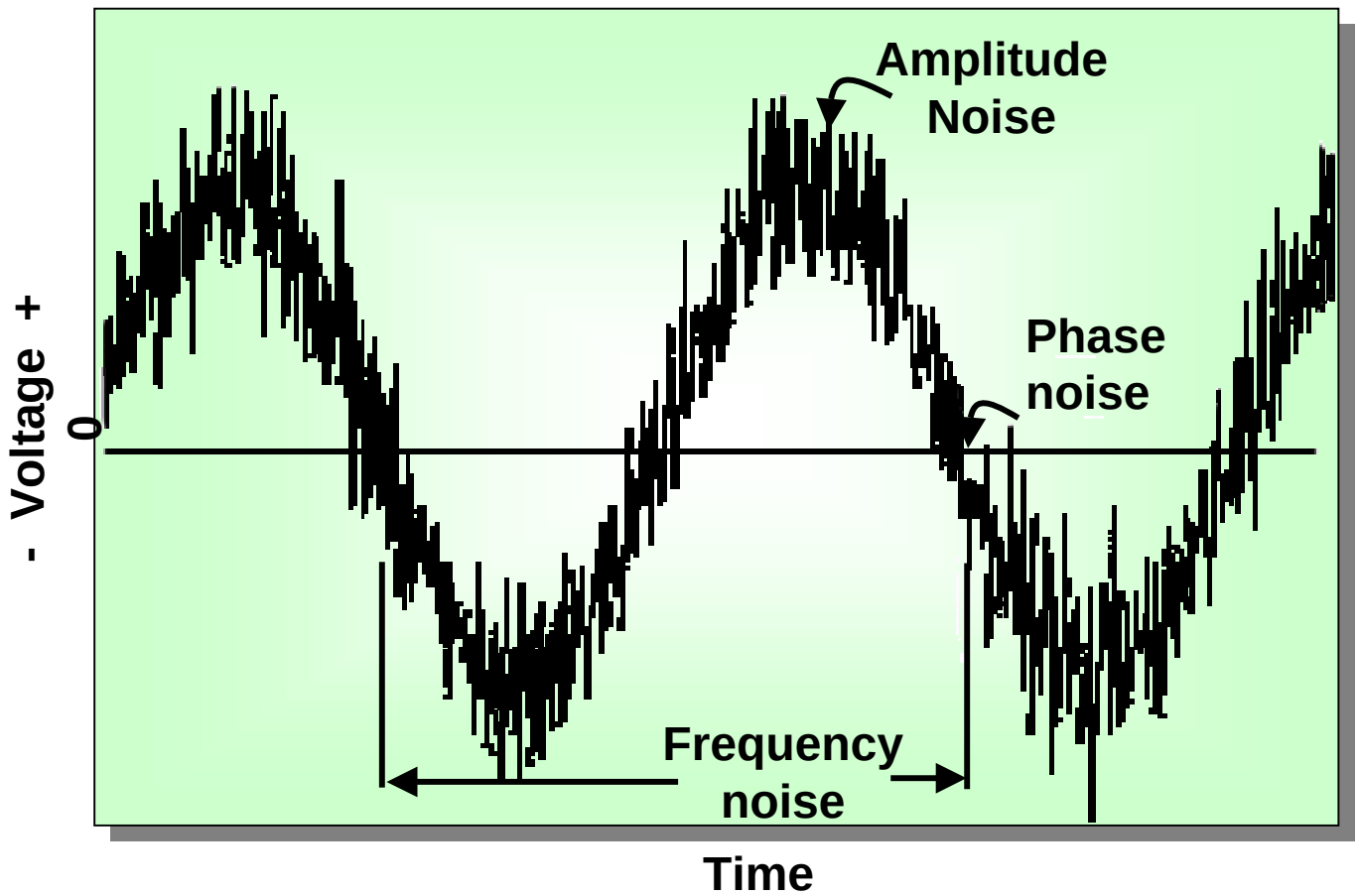
- 주파수 발생기의 잡음
- 주파수 및 잡음 측정 방법 소개
- 위상잡음 측정 – loose phase lock method
  - 위상잡음 측정의 필요성
  - 위상잡음의 종류
  - 위상잡음 측정원리
  - KRISS 위상잡음 측정시스템 소개

주파수 발생기의 잡음 -1


V = V0 sin(2πνt)
V = V0(1+αt) sin(2πνt)
V = V0 sin(2πνt+φt)
V = V0(1+αt) sin(2πνt+φt)
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0


-20
-40
-60
-80
-100
ν
Frequency

주파수 발생기의 잡음 - 2


Amplitude
Noise
Phase
noise
Frequency
noise
- Voltage +
0
Time

주파수 발생기의 잡음 - 3

$$V = V_0 (1+\alpha_t) \sin(2\pi\nu t + \phi_t)$$

- V_0 : 진폭 Amplitude
- α_t : 진폭잡음 Amplitude noise
- ν : 주파수 Frequency
- ϕ_t : 위상잡음 Phase noise

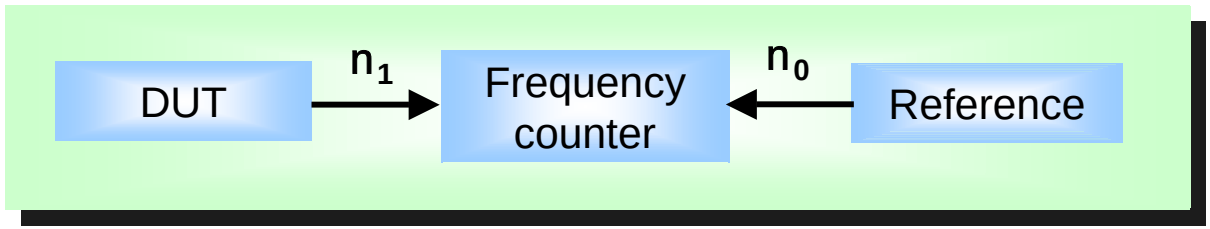
주파수 측정 : zero-crossing를 감지하여 주파수를 측정

➡ **주파수 및 주파수 안정도는 위상 잡음에 민감**

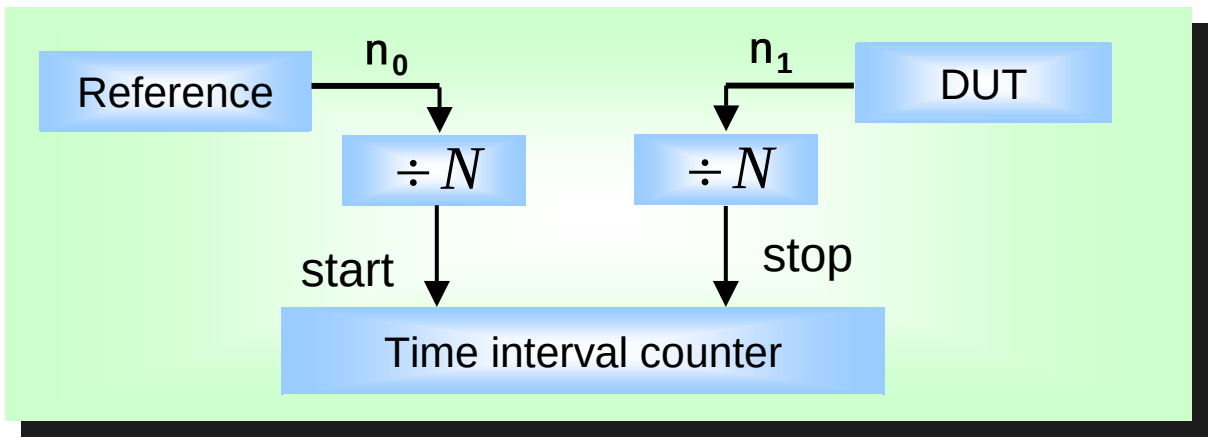
(앞 페이지 그림 참조)

주파수 측정 방법 : 직접측정, 시간간격 측정

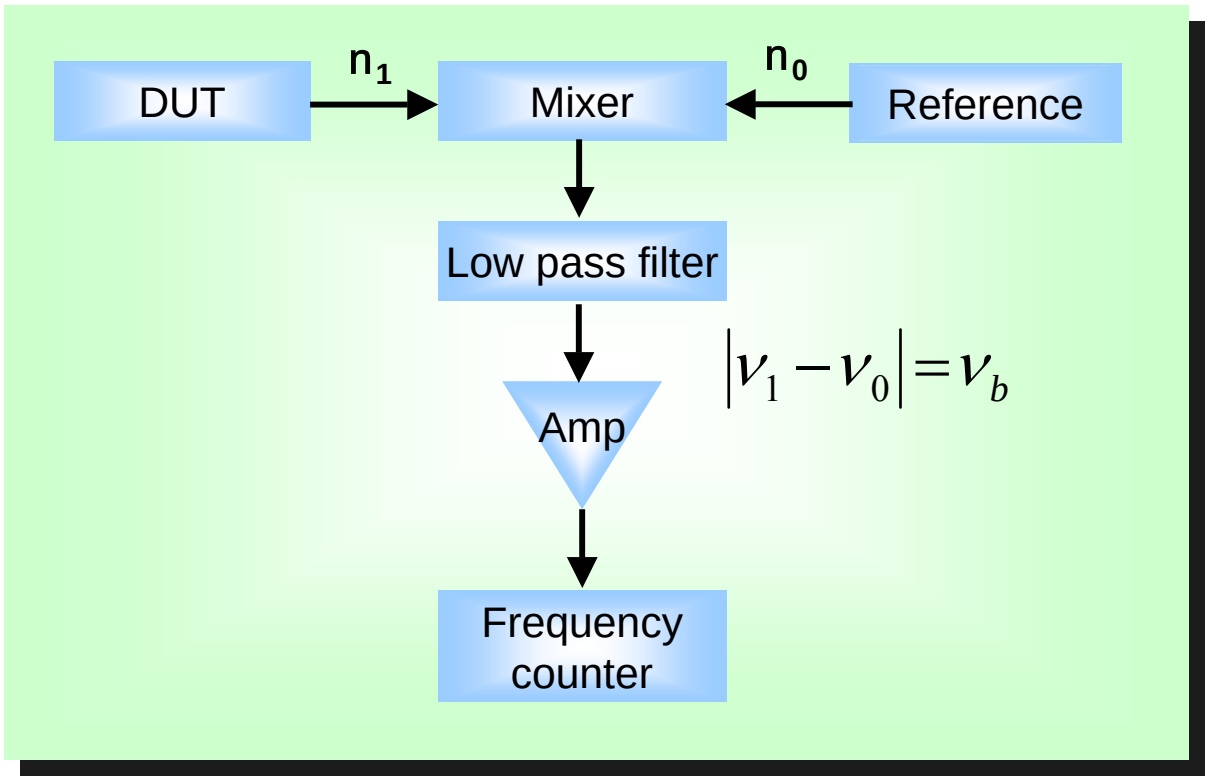
- 직접 측정



- 시간간격 측정

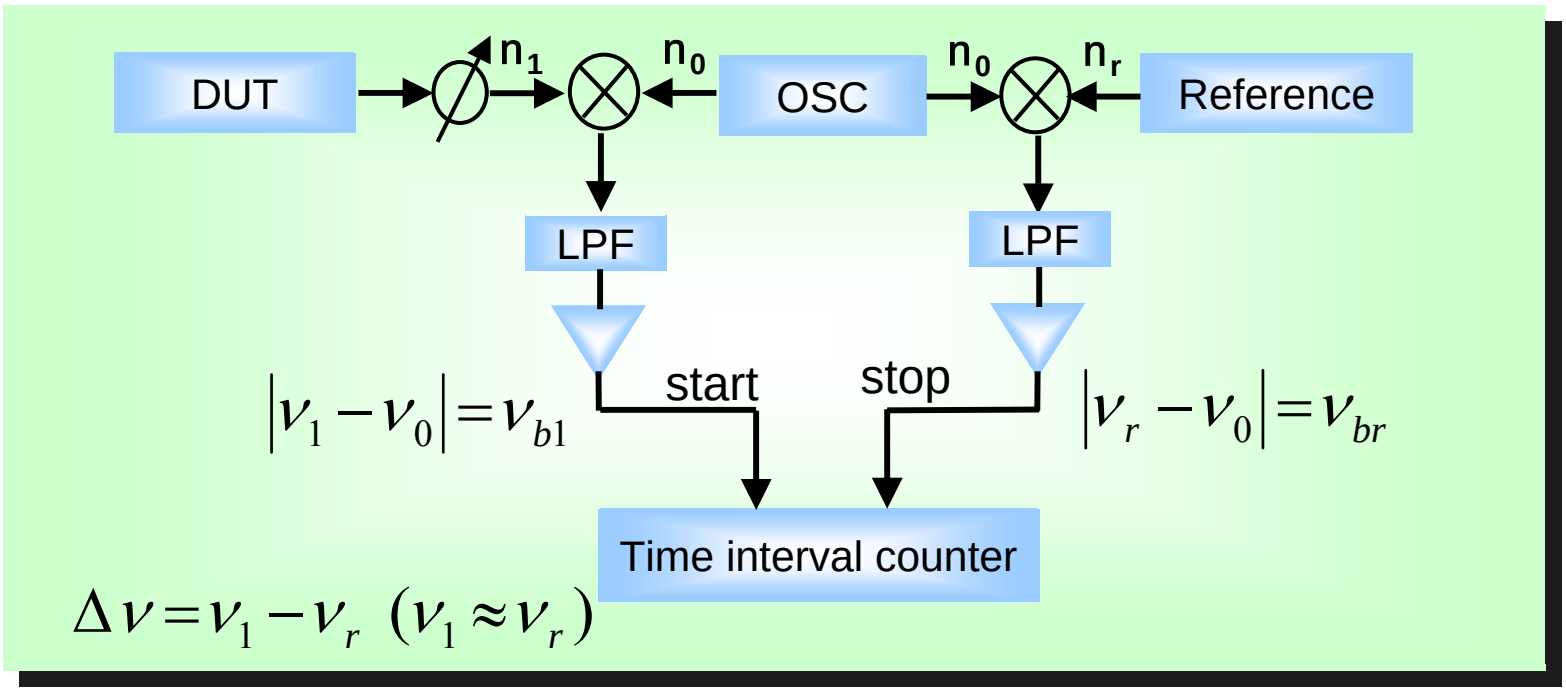


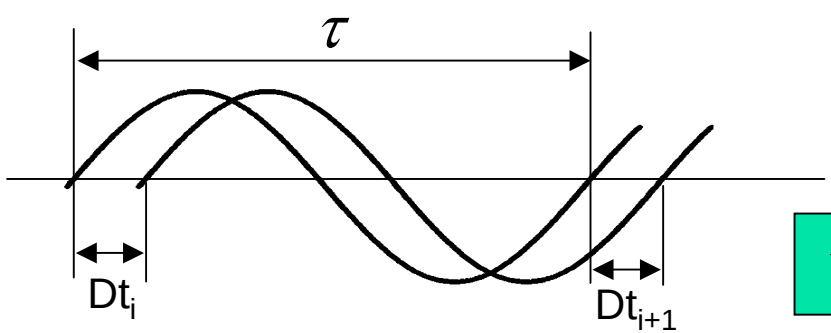
주파수 측정 방법 : 맥놀이 주파수 측정



- 높은 정밀도로 주파수 측정
- 사용된 혼합기(mixer), 필터, 증폭기 등의 잡음 영향
- 모든 레벨의 주파수발생기의 주파수 측정 가능

주파수 측정 방법 : Dual mixer time difference (DMTD) 방법

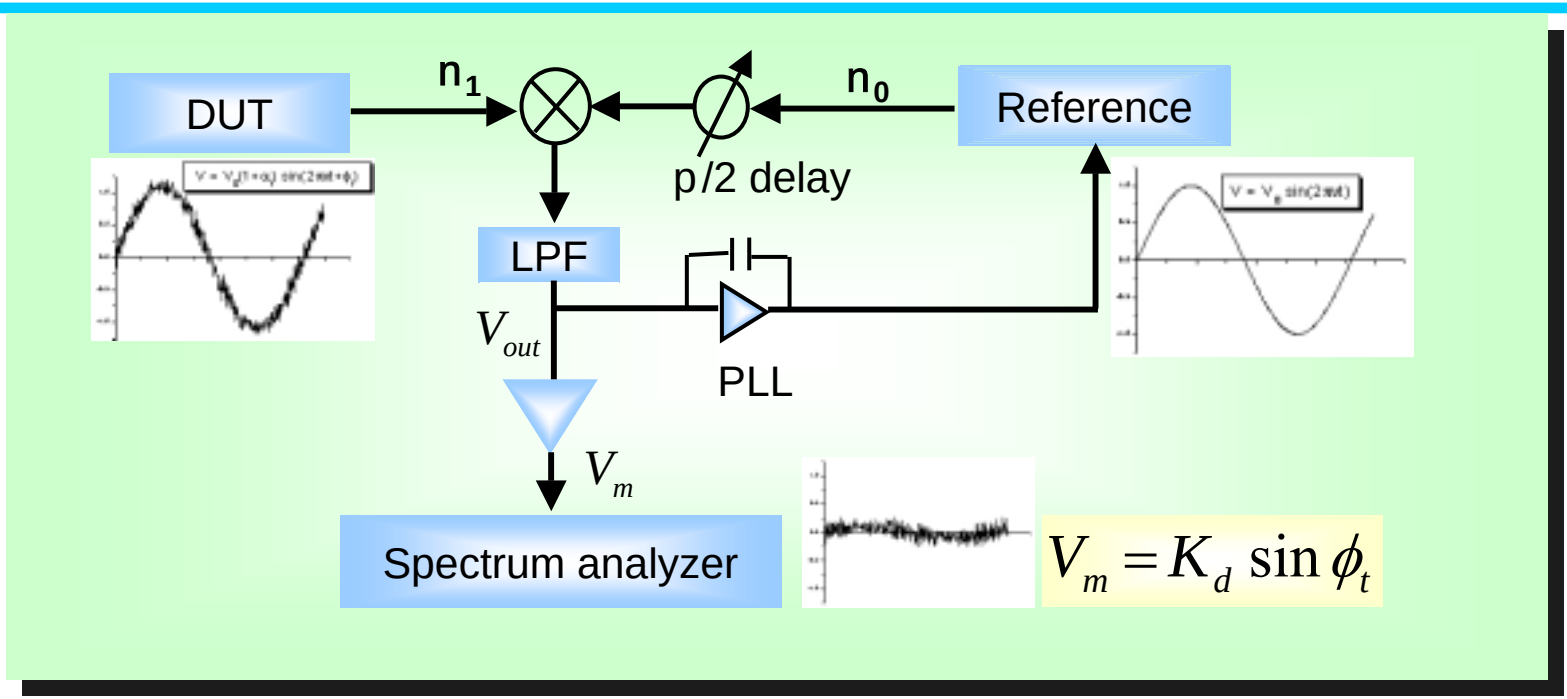




$$\Delta\nu = \frac{1}{\tau^2}(\Delta t_{i+1} - \Delta t_i)$$

$\nu_1 \approx \nu_r$ 인 원자시계 등에 적합

주파수 측정 : loose phase lock method



$$V_{out} = V_1(1+\alpha_t)\sin(2\pi\nu t + \phi_t) \times V_0 \cos(2\pi\nu t) \qquad (\nu = \nu_0 \approx \nu_1)$$

$$\approx \frac{A_0}{2}\sin\phi_t + \frac{A_0}{2}\sin(4\pi\nu t + \phi_t) \qquad (\alpha_t \langle\langle 1)$$

$$\approx \frac{A_0}{2}\sin\phi_t \qquad - \ low\ pass\ filter$$

주파수 측정 : 그 이외의 방법

- Cross-correlation phase noise measurement
- Tight phase lock method
-

순 서

- 주파수 발생기의 잡음
- 주파수 및 잡음 측정 방법 소개
- 위상잡음 측정 – loose phase lock method
  - 위상잡음 측정의 필요성
  - 위상잡음의 종류
  - 위상잡음 측정원리
  - KRISS 위상잡음 측정시스템 소개

주파수 발생기의 잡음 영향

- 주파수 발생기의 성능
- 주파수 및 시각 동기의 정확도
- 시간
- 디지털 통신의 품질
- 인접한 주파수 대역을 사용하고 있는 통신간의 혼선
- 차량, 선박, 비행기, 우주선 등의 항해
- 주파수 발생기의 위상잠금 등

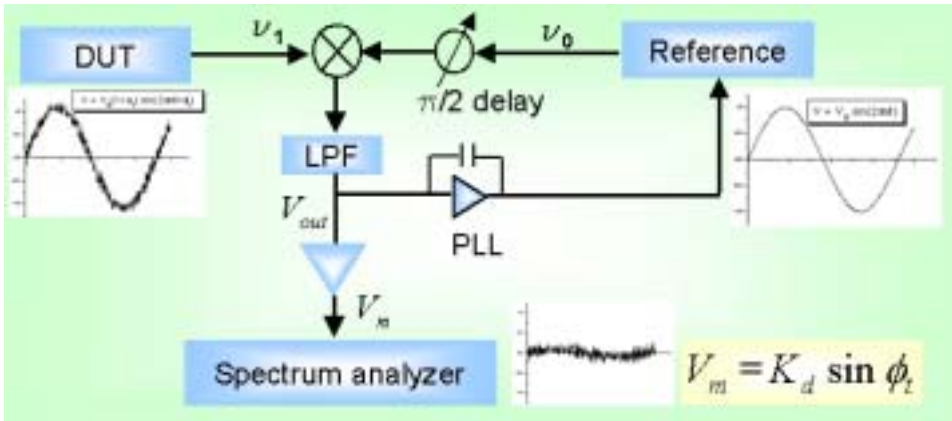
주파수 발생기의 잡음 특성 측정

- 주파수 발생기의 특성
- 주파수 발생기의 정상 동작 여부
- 제품의 성능 요구조건 만족 여부 등을 알 수 있음.

주파수 발생기의 잡음 종류

- Random walk FM
  - 물리적 환경 : 충격, 진동, 온도
  - 반송주파수의 이동을 유발
- Flicker FM
  - 물리적 원인이 밝혀지지 않음
  - 주위 환경에도 관계
  - 고성능 발진기에 공통적으로 나타남
- White FM
  - 수동형 공진 주파수 표준기에 공통적으로 나타남
  - 세슘 원자시계, 루비듐원자시계
- Flicker PM
  - 발진기의 물리적 공진구조, 전자회로의 잡음
  - 고성능 발진기에 공통적으로 존재
- White PM
  - 공진구조와 무관
  - Flicker PM과 같은 원인

주파수 발생기의 잡음 종류



스펙트럼 분석기에 측정되는 값

$$V_{S-A} = |V_m|^2 = |\Phi(f)|^2$$

(단, $\Phi(f) = \int_{-T/2}^{T/2} \phi(t) e^{-i2\pi ft} dt$, $V_m \approx K_d \phi(t)$)

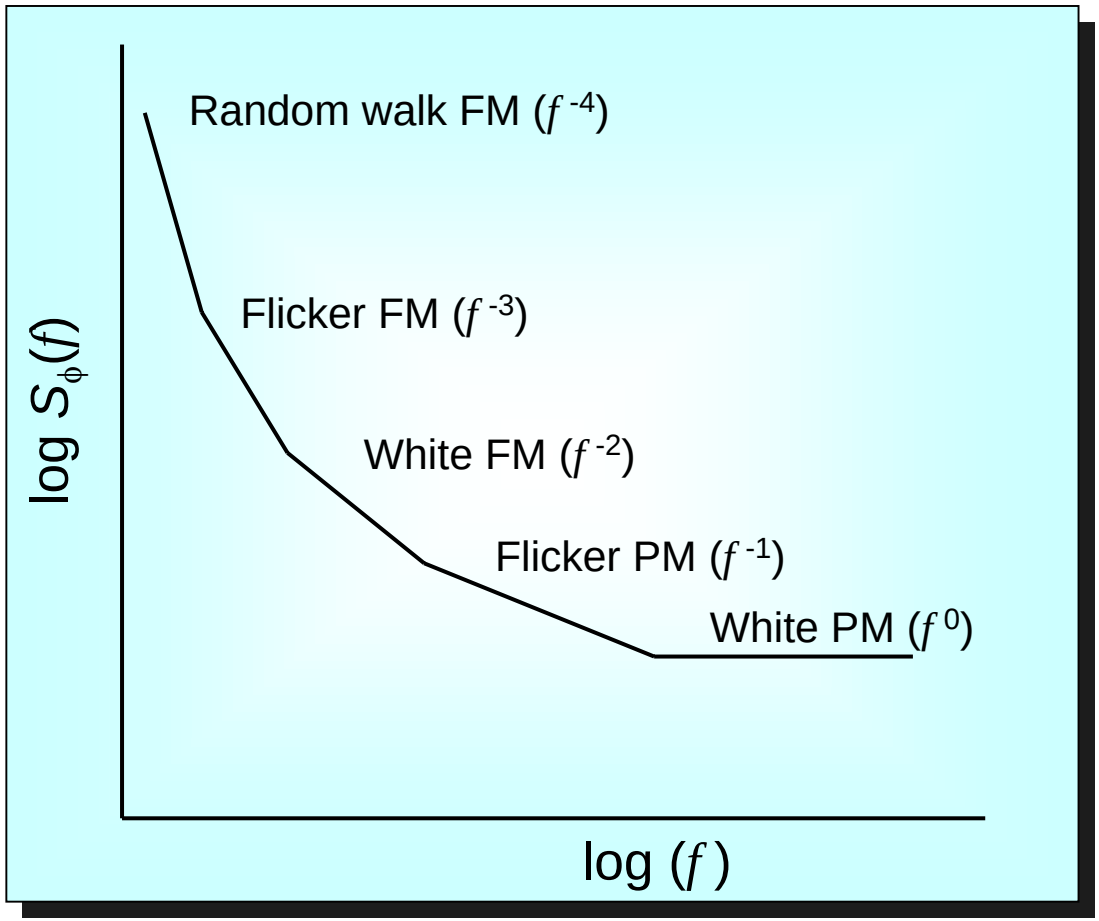
(스펙트럼 분석기에서 푸리에 변환은 자동실행)

Power Spectral Density (PSD) of phase

$$S_\phi(f) = \left[\frac{V_m}{G K_d}\right]^2 \frac{1}{BW} \qquad [rad^2 / Hz]$$

- G : 시스템 이득
- K_d : 시스템 감도
- BW : 측정 밴드 폭

주파수 발생기의 잡음 종류



$$S_\phi(f) = k_{-4} f^{-4} + k_{-3} f^{-3} + k_{-2} f^{-2} + k_{-1} f^{-1} + k_0 f^{0}$$

유용한 관계식

$$V = V_0 \sin(2\pi\nu_0 t + \phi(t))$$

Frequency $\nu(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\phi(t)$

Relative frequency $y(t) = \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0}$

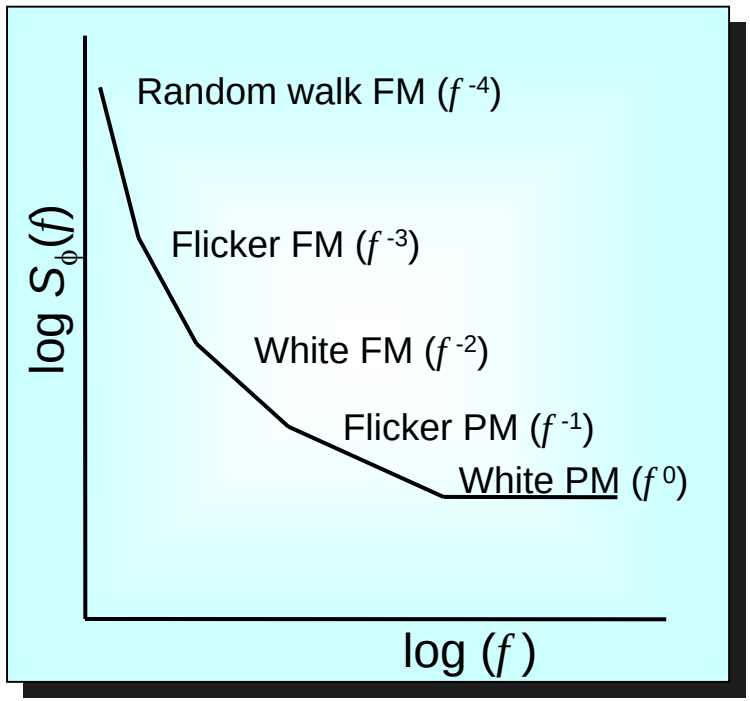
PSD [frequency] $S_y(f) = PSD[y(t)] = \left(\frac{f}{\nu_0}\right)^2 S_\phi(f)$

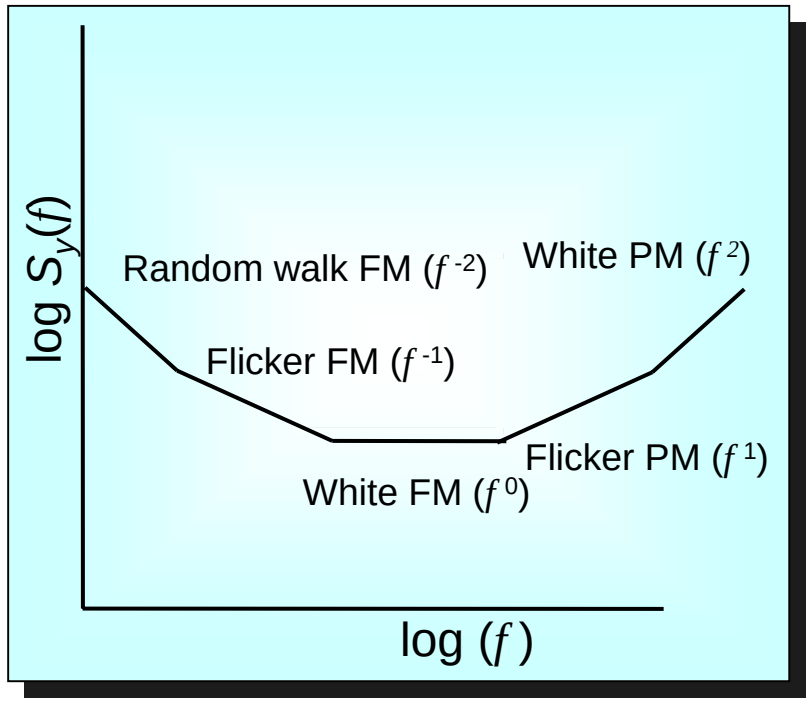
single-sideband PSD [phase] $\mathrm{L}(f) = \frac{1}{2} S_\phi(f) \quad [rad^2/Hz]$

single-sideband PSD [phase] $10 \log \mathrm{L}(f) \quad [dBc/Hz]$

Allan deviation $\sigma_y^2(\tau) = \frac{2}{(\pi\nu_0\tau)^2} \int_0^\infty S_\phi(f) \sin^4(\pi f\tau)\, df$

주파수 발생기의 잡음 종류





$$S_\phi(f) = k_{-4} f^{-4} + k_{-3} f^{-3} + k_{-2} f^{-2} + k_{-1} f^{-1} + k_0 f^{0}$$

$$S_y(f) = \left(\frac{f}{\nu_0}\right)^2 S_\phi(f)$$

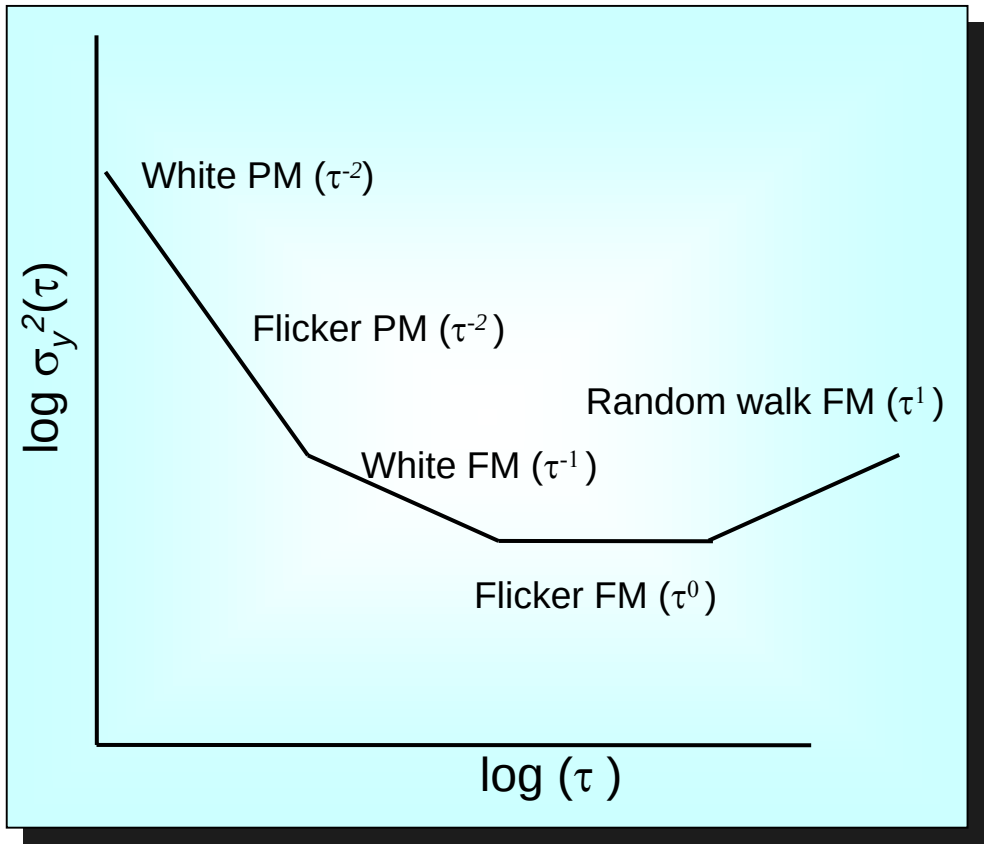
$$= h_{-2} f^{-2} + h_{-1} f^{-1} + h_0 f^{0} + h_1 f^{1} + h_2 f^{2}$$

PSD(phase) 와 Allan 편차

Noise	$S_\phi(f)=a\ \sigma_y^2(\tau)$	$\sigma_y^2(\tau)=b\ S_\phi(f)$
	a	b
White PM	$(2\pi\tau f)^2/3f_h$	$3f_h/(2\pi\tau\nu_0)^2$
Flicker PM	$(2\pi\tau)^2 f/[1.038+3\ln(\omega_h\tau)]$	$[1.038+3\ln(\omega_h\tau)]f/(2\pi\tau\nu_0)^2$
White FM	2τ	$f^2/(2\tau\nu_0^2)$
Flicker FM	$1/(2f\ln 2)$	$2f^3\ln 2/\nu_0^2$
Random walk FM	$6/[(2\pi f)^2\tau]$	$(2\pi f^2)^2\tau/6\nu_0^2$

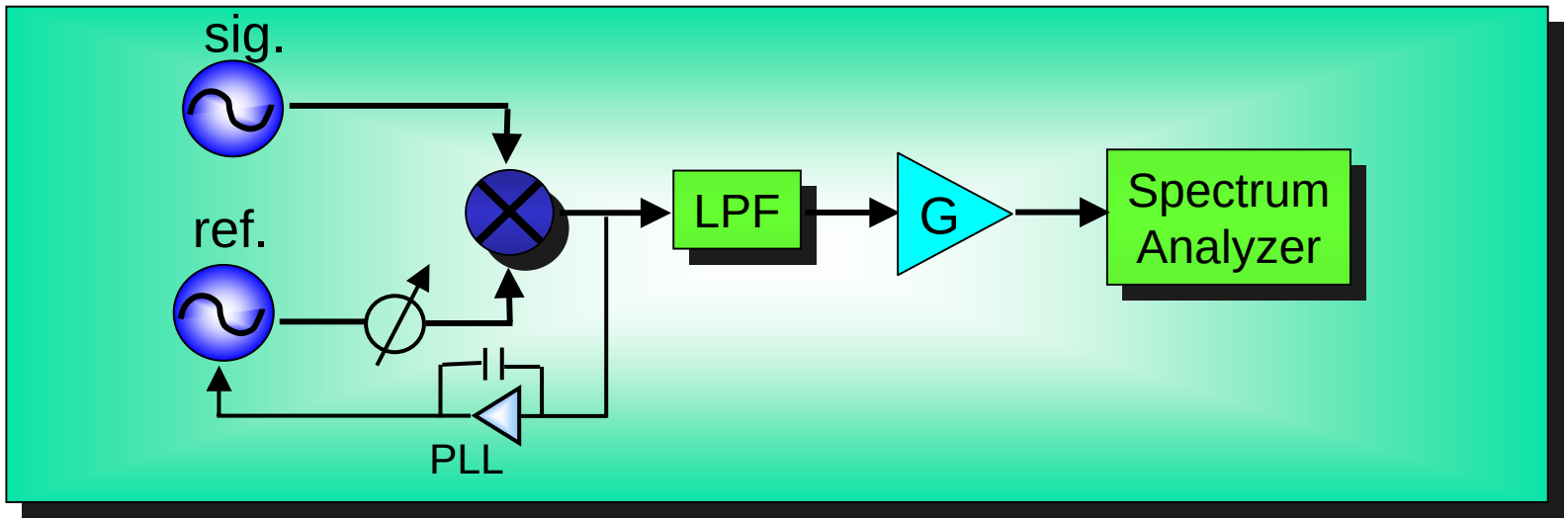
(단, f_h 는 측정대역폭이고, $f_h=\omega_h/2\pi$ 이다.)

주파수 발생기의 잡음과 알란편차



$$\sigma_y^2(\tau) = p_{-2}\tau^{-2} + p'_{-2}\tau^{-2} + p_{-1}\tau^{-1} + p_0\tau^{0} + p_1\tau^{1}$$

위상 잡음 측정



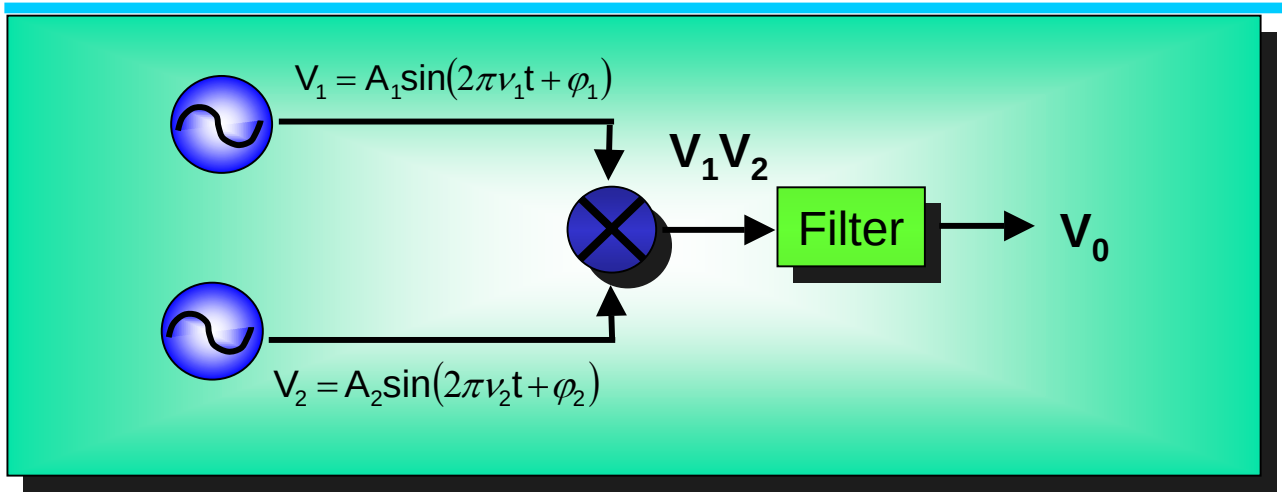
$$S_\phi(f) = \left[\frac{V_m}{G\,K_d}\right]^2 \frac{1}{BW} \qquad \left[rad^2/Hz\right]$$

- G : 시스템 이득
- K_d : 시스템 감도
- BW : 측정 밴드 폭

$S_\phi(f)$ 를 dB 단위로 표현하면,

$$S_\phi(f) = V_m^2 - K_d - G - BW \qquad [dB]$$

Mixer 기능



$n_1 = n_2$,

$F_1 = 2\pi n_1 t + f_1$,

$F_2 = 2\pi n_2 t + f_2$

이라고 하면,

PM 측정

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \pi/2 \text{ , } A_1 = A_2 = 1, \textit{ low pass filter}$$

$$V_0 = \frac{1}{2}\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \approx \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ for } |\varphi_1 - \varphi_2| \ll 1$$

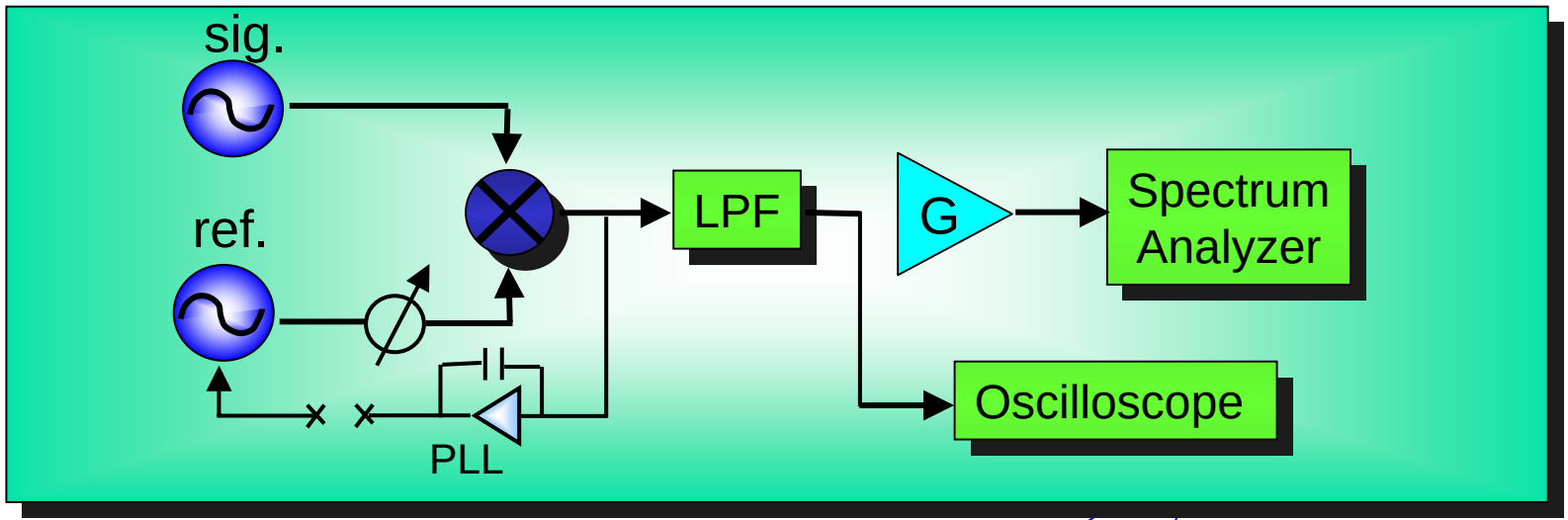
AM 측정

$$A_2 = 1,\ \varphi_1 \approx \varphi_2, \text{ low pass filter}$$

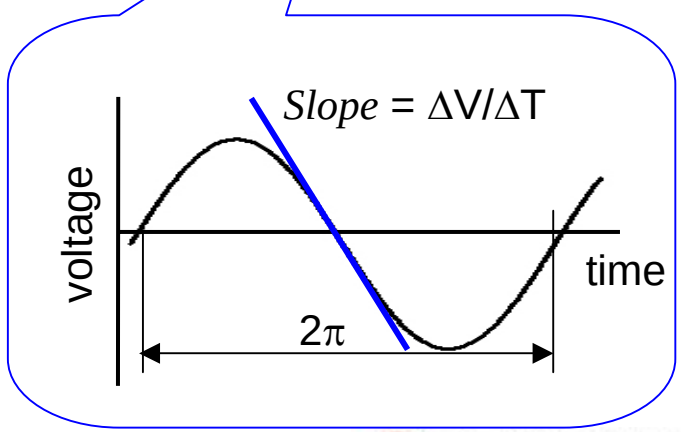
$$V_0 = \frac{1}{2}A_1\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \approx \frac{1}{2}A_1$$

[sin(x)sin(y) = ½cos(x-y) - ½cos(x+y), cos(x±π/2) = sin(x)]

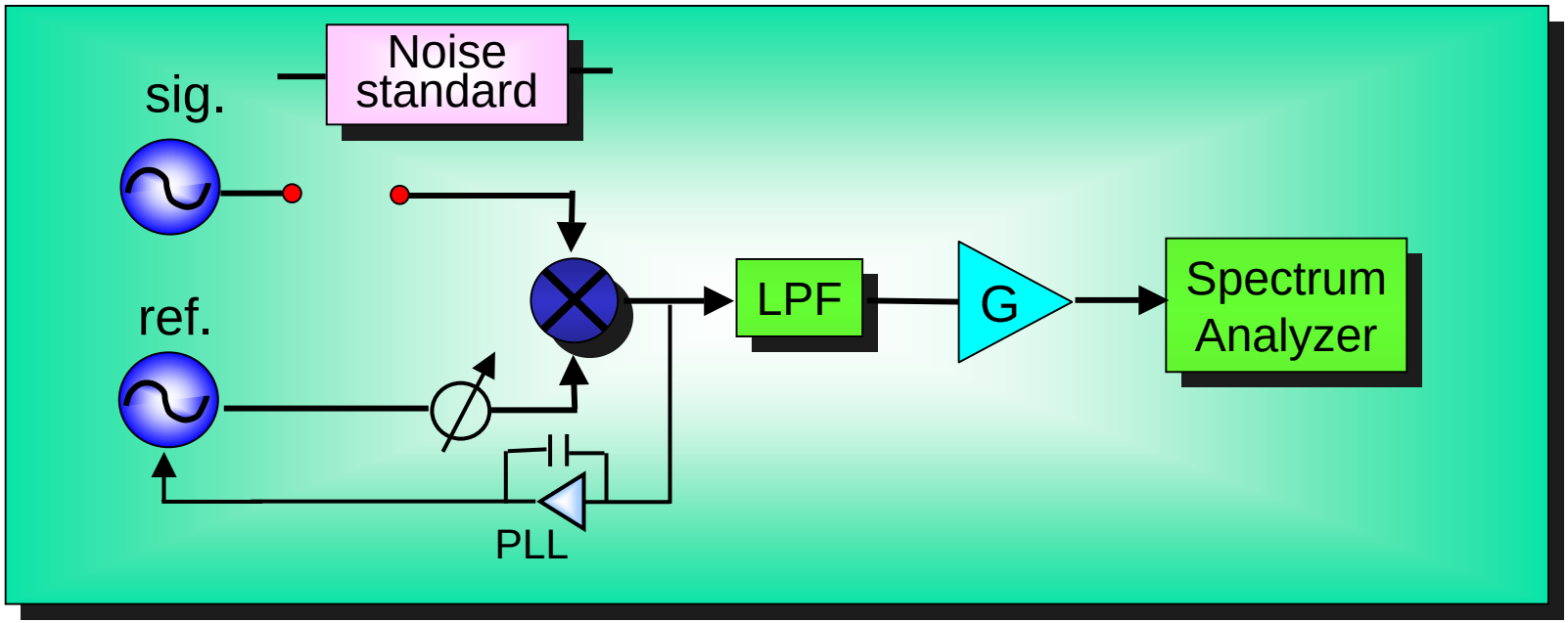
시스템 감도 측정 – 1. 파형관측



$$K_d = slope \times \frac{T}{2\pi} \quad [V / Hz]$$



시스템 감도 측정 – 2. 잡음표준 (noise standard)



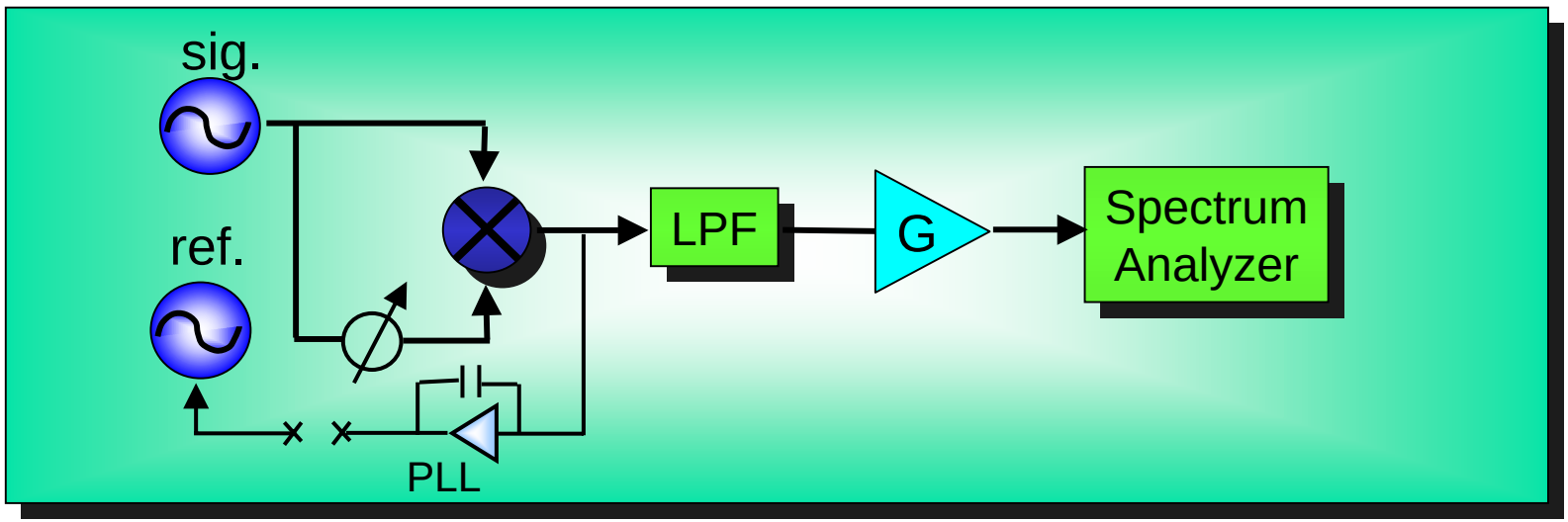
잡음표준을 사용하지 않은 경우 : $V_{m,1} = K_d\, G\, (N_{sig} + N_{sys})$

잡음표준을 사용한 경우 : $V_{m,2} = K_d\, G\, (N_{sig} + N_{sys} + N_{ns})$

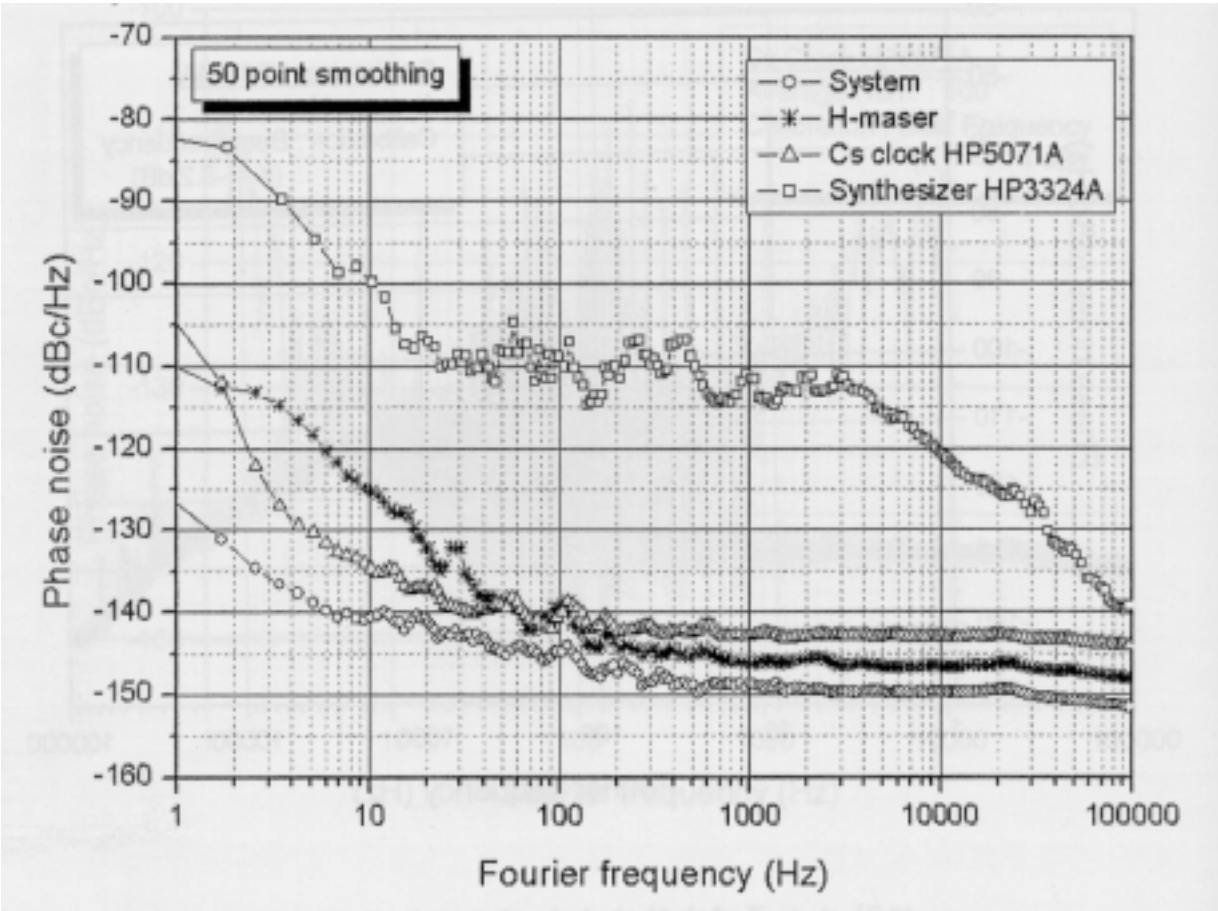
$$\Rightarrow \quad K_d = \frac{V_{m,2} - V_{m,1}}{G\ N_{ns}}$$

- N_{sig}: 발진기 잡음
- N_{sys}: 시스템 잡음
- N_{ns}: 잡음표준의 잡음

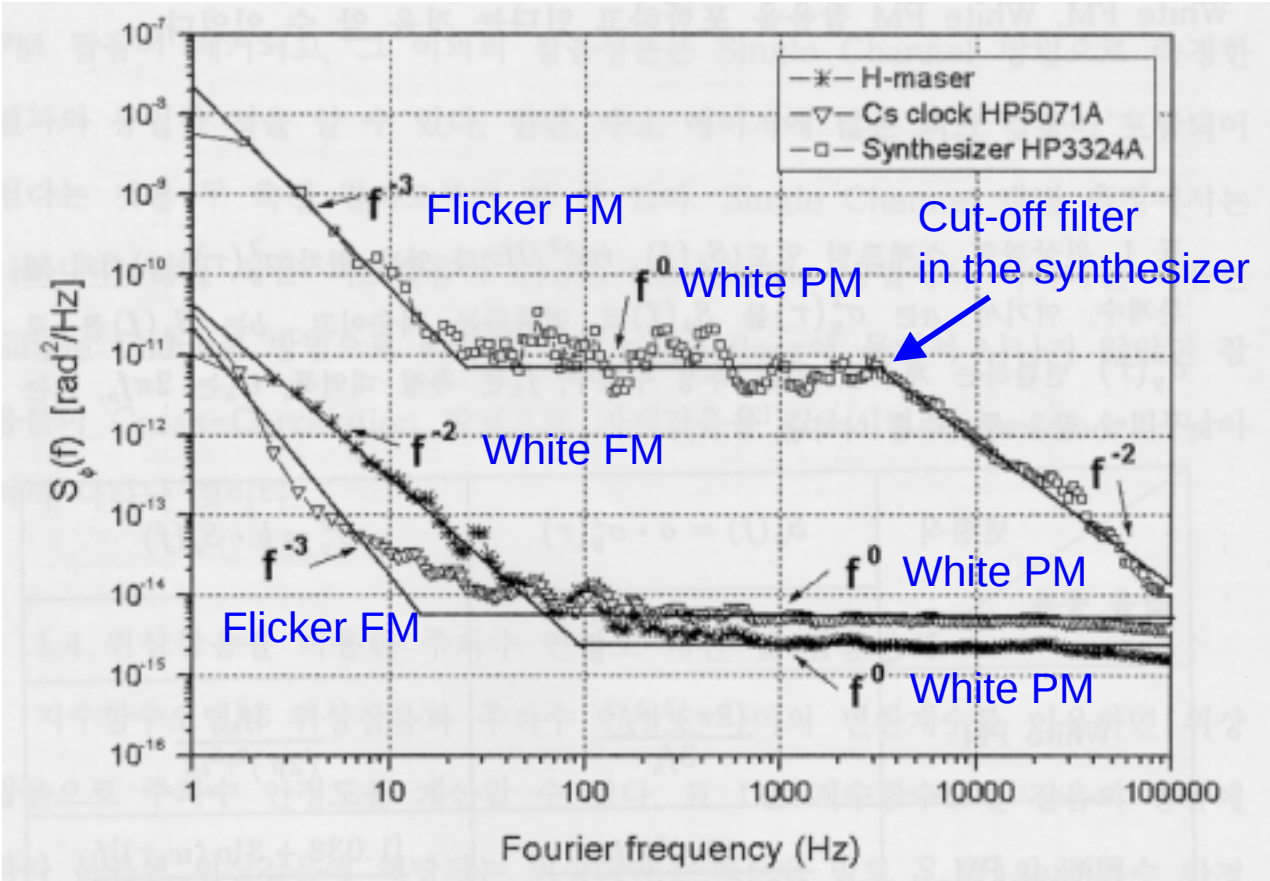
시스템 잡음(noise floor) 측정



주파수 발생기의 잡음측정 - 예



주파수 발생기의 잡음측정 - 예



주파수 발생기의 잡음측정 - 예

PSD[phase] 로 부터 Allan 편차 계산